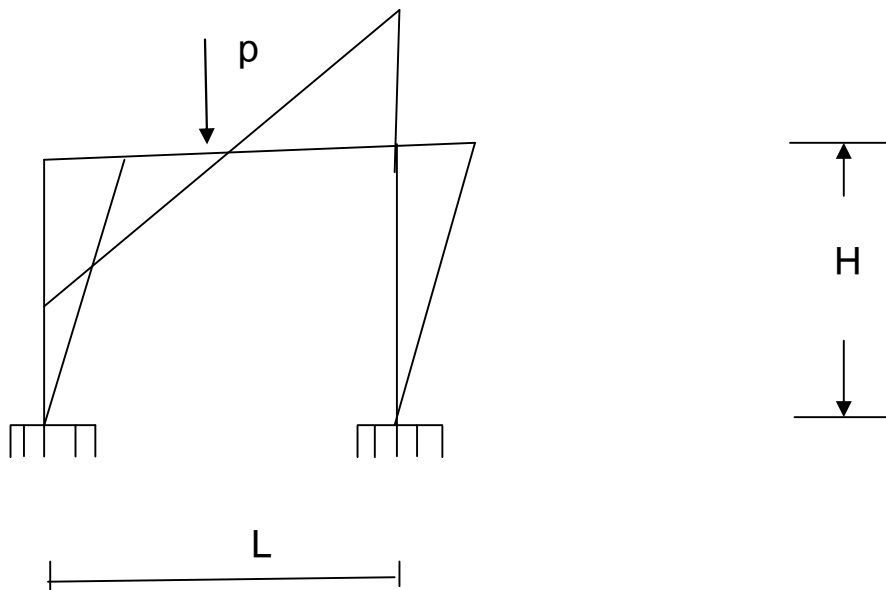


Application :**IV-1- Etude statique :**

$$\begin{cases} h = 3 \\ n = 5 \end{cases}$$



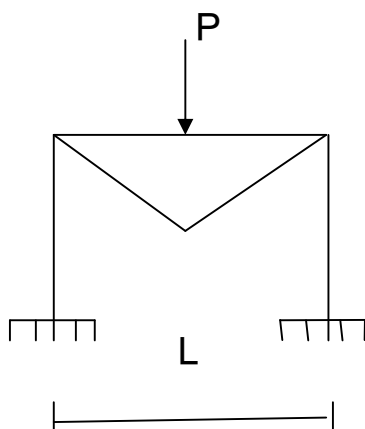
$$m = n - h = 2$$

$$m_c = 2^m - m - 1 = 4 - 2 - 1$$

3 Mécanismes possibles

- Le principe « poteau forte- poutre faible »

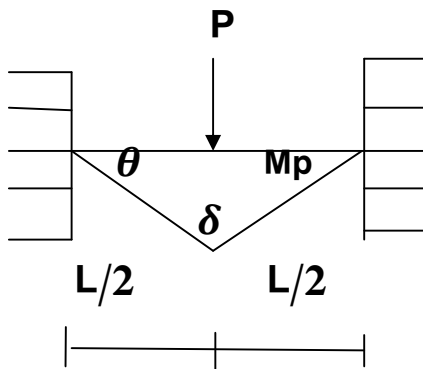
Précarisé par les règles parasismique, dans le RPA 2003, conduit à un convergente que le Mécanisme poutre (rotules au niveau des poutres,



Ce qui sert au schéma suivant : (poutre bi encastré)

Soumise à 1 charge concentrée en son milieu)

IV-2- Etude Elasto- plastique :



$$M_p\theta + M_p(2\theta) + M_p\theta = PL/2\theta$$

$$4 M_p\theta = \frac{PL\theta}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{P_u = 8M_p/L}$$

Le matériau (Acier) est élasto plastique parfait et obéit au critère de Von misse (critère le plus utilisé Applicable aussi corps plastique isotropes

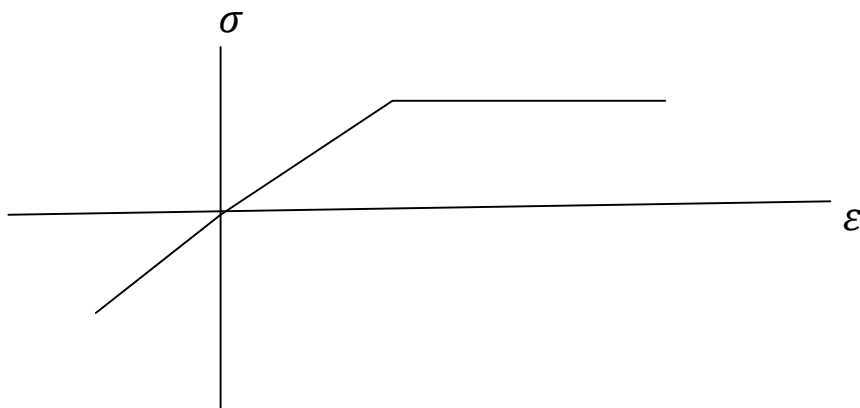


Figure1 : la contrainte en fonction de déformation

- **Noté Bien :**

Pour l'acier, on préfère en générale le critère de Von Mises car le rapport entre la contrainte de plastification en traction pure et en cisaillement pur est plus proche de $\sqrt{3}$ (von-mises) que de 2 (tresca).

La contrainte équivalente s'écrit $\sigma_{eq} = \sqrt{3} \zeta \rightarrow \zeta = \frac{\sigma_{eq}}{\sqrt{3}}$

IV-3-Calcul Poutre non fissure :

- **Phase élastique :**

$$\begin{cases} M_e = \frac{2\zeta I}{h} \\ \zeta = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$M_e = \frac{2\zeta I}{h} = \frac{2\sigma_e}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I}{h}$$

- **Poutre IPN 200**

$$\begin{cases} \sigma_e = 2 \cdot 10^4 \text{ Mpa} \\ I = 2140 \text{ cm}^4 \\ h = 200 \text{ mm} \quad L = 5 \text{ m} \end{cases}$$

AN :

$$M_e = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2140 \cdot 100}{\sqrt{3} \cdot 200 \cdot 0,001} = 25 \cdot 10^5 \text{ N.m}$$

$M_e = 25 \cdot 10^5 \text{ N.m}$

- **Phase élasto plastique :**

$$M_e \leq M_{\max} \leq M_p = (1.15 M_e)$$

$$25 \cdot 10^5 \cdot \text{N.m} \leq \frac{pl}{8} \leq 29 \cdot 10^5 \text{ N.m}$$

$40 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 46 \cdot 10^5 \text{ N}$

- Phase élastique :

$$0 \leq M_{\max} \leq M_e$$

$$0 \leq \frac{pl}{8} \leq M_e$$

$$0 \leq P \leq 40.10^5 \text{ N} = 0$$

$$P_e = 40.10^5 \text{ N}$$

- Phase élasto plastique :

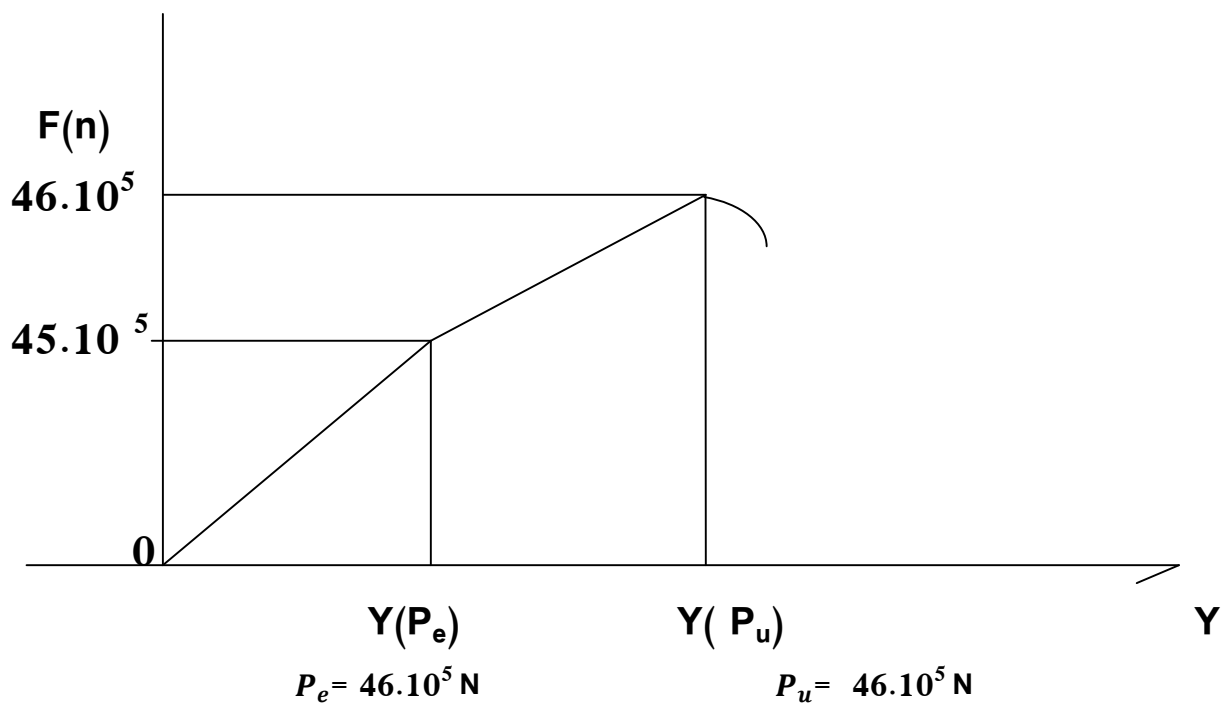
$$M_e \leq M_{\max} \leq M_p$$

$$P_e \leq P \leq P_u$$

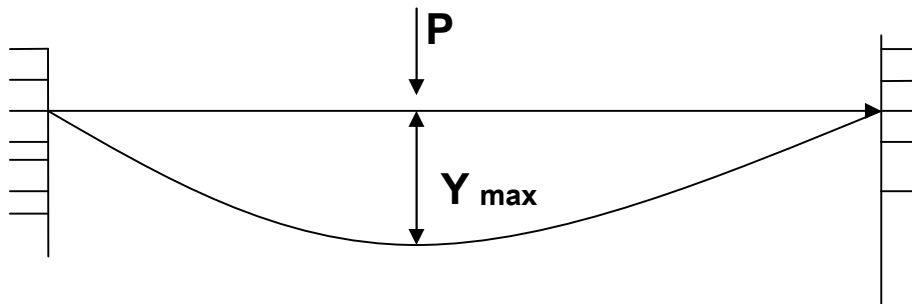
$$40.10^5 \text{ N} \leq P \leq 46.10^5 \text{ N}$$

La Rupture a lieu pour

$$P_u = 46.10^5 \text{ N}$$



IV-4 -Calcul la flèche Max au milieu :



$$Y_{(x)} = \frac{-pb^2 X^2}{6 EIL^3} (3aL - x (l+2a))$$

$$Y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{p}{6} \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \frac{L^2}{4 EIL^3} \left(3 \cdot \frac{L^2}{2} - \frac{L^2}{2} \left(L + 2 \frac{L}{2}\right) \right)$$

$$Y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{pL}{6 \times 4 \times 4 EI} \left(\frac{3L^2}{2} - \frac{L^2}{2} - \frac{L^2}{2} \right) = \frac{pL^3}{2 \times 6 \times 4 \times 4 EI}$$

$$Y_{\max} = \frac{pL}{192EI} \begin{cases} P = 0 \rightarrow Y_{\max} = 0 \\ P = P_e \rightarrow Y_{\max} = \frac{P_e \cdot L^3}{192 \cdot EI} \\ P = P_p \rightarrow Y_{\max} = \frac{P_p \cdot L^3}{192 \cdot EI} \end{cases}$$

IV-5-Calcul Poutre fissuré :

- Critère de contrainte :

$$K_I = \alpha \sqrt{\pi a} = \alpha \frac{p}{s} \sqrt{\pi a}$$

$$\alpha = 1$$

EXP : pour $a = 1 \text{ mm}$

IPN 200

$$\begin{cases} S = 33.4 \text{ cm}^2 \\ K_{IC} = 60.10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \sqrt{\text{m}} \end{cases}$$

AN :

$$60.10^6 = P \cdot \frac{\sqrt{3.14 \cdot 10^{-3}}}{33.4 \times 10^{-4}}$$

$$P_R = 36.10^5 \text{ N}$$

$$P_R = 36.10^5 \text{ N} \ll P_e = 40.10^5 \text{ N} \ll P_u = 46.10^5 \text{ N}$$

EXP2 :

Pour $a = 2 \text{ mm}$

AN:

$$K_{IC} = P \frac{\sqrt{\pi a}}{s}$$

$$60.10^6 = P \cdot \frac{\sqrt{3,14.2.10^{-3}}}{33,4 \times 10^{-4}}$$

$$P_R = 25.10^5 \text{ N}$$

Pour fissure : $a = 2,5 \text{ mm}$

$$\text{AN: } 60.10^6 = P \cdot \frac{\sqrt{3,14.2,5.10^{-3}}}{33,4 \times 10^{-4}}$$

$$P_R = 22,6.10^5 \text{ N}$$

IV-6 .Changement d'IPN :

- Exemple 1: IPN 240
- Poutre non fissurée :
- Phase élastique :

$$M_e = \frac{2\sigma_e}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I}{h}$$

$$\text{IPN 240} \begin{cases} h = 240 \text{ mm} \\ S = 4250 \text{ cm}^4 \end{cases}$$

AN :

$$\frac{2.2.10^{10}.4250.10^{-8}}{\sqrt{3}.240 \times 10^{-3}} \approx 41.10^5 \text{ N m}$$

- Phase elasto-plastique :

$$M_e \leq M_{\max} \leq M_p$$

$$65,6 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 75,44 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- **Phase élastique :**

$$0 \leq M_{\max} \leq M_e$$

AN:

$$0 \leq P \leq 65,6 \cdot 10^5 \text{ N}$$

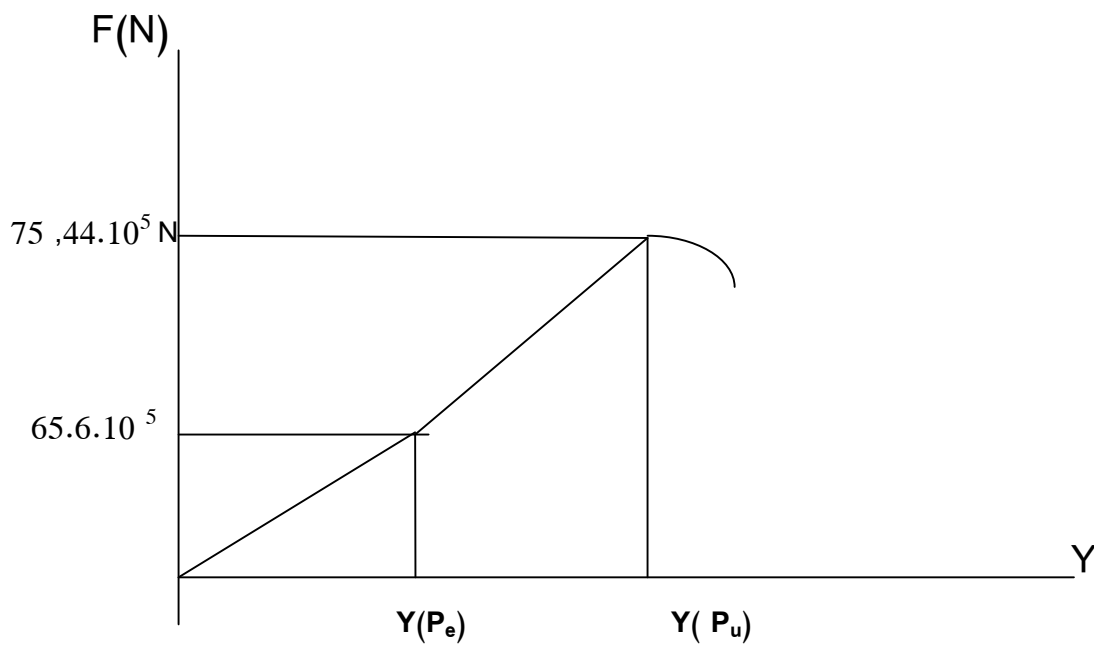
- **Phase élasto plastique :**

$$M_e \leq M_{\max} \leq M_p$$

$$P_e \leq P \leq P_u$$

$$65,6 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 75,44 \cdot 10^5 \text{ N}$$

La Rupture pour : $p_u = 75,44 \cdot 10^5 \text{ N}$



- La poutre fissurée :
- Critère de contrainte :

$$K_{I=} \propto \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$\alpha = 1$$

$$\text{EXP : } a = 1 \text{ mm}$$

$$\text{IPN240} \quad \left\{ \begin{array}{l} s = 46,1 \text{ cm}^2 \\ K_{I_c} = 60 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \sqrt{\text{m}} \end{array} \right.$$

AN:

$$60 \cdot 10^6 = P \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot 14 \cdot 10^{-3}}}{46 \cdot 1 \cdot 10^{-4}}$$

$$P_R = 49 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$P_R = 49 \cdot 10^5 \text{ N} \ll P_e = 65,6 \cdot 10^5 \text{ N et } \ll p_u = 75,44 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- Exemple 2: IPN 280
- Poutre non fissurée :
- Phase élastique :

$$M_e = \frac{2\sigma_e}{\sqrt{3}} = \frac{i}{h}$$

IPN 280 :

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 280 \text{ mm} \\ s = 7890 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$$

AN :

$$M_e = 63 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- Phase elasto plastique :

$$M_e \leq M_{\max} \leq M_p$$

$$100,8 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 116 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- Phase élastique :

$$0 \leq M_{\max} \leq M_e$$

$$0 \leq P \leq 100 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- Phase Elasto plastique :

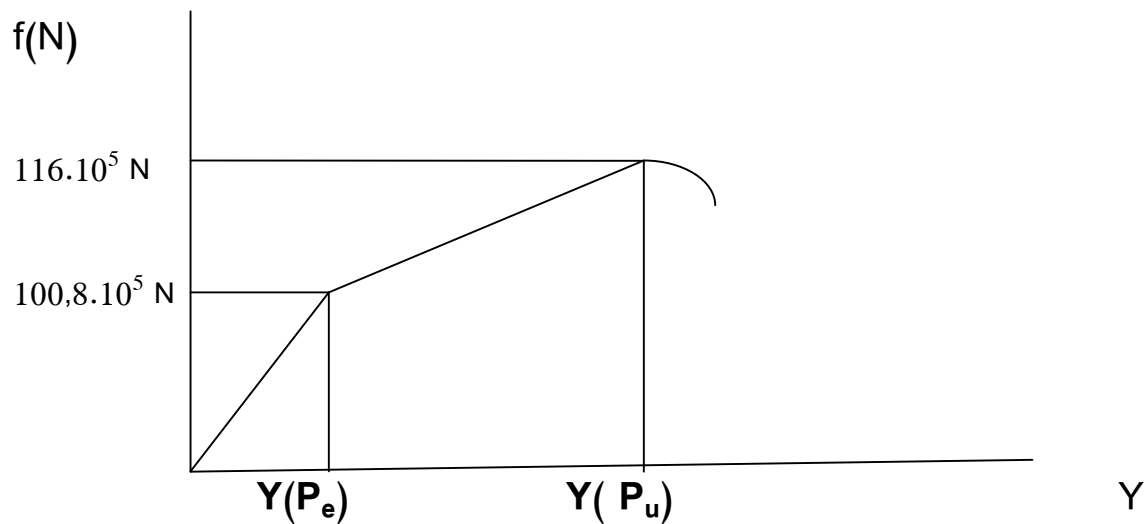
$$M_e \leq M_{\max} \leq M_p$$

$$100,8 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 116 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$\varphi \leq p \leq p_u$$

la Rupture pour :

$$p_u = 116 \cdot 10^5 \text{ N}$$



- La poutre fissure :

- Critère de contrainte :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_I = \frac{P}{s} \sqrt{\pi a}$$

$$\begin{cases} a = 1 \text{ mm} \\ s = 61,1 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{cases}$$

AN:

$$P_R = 65 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$P_R = 65 \cdot 10^5 \text{ N} \ll P_e = 100,8 \cdot 10^5 \text{ N} \text{ et } \ll P_u = 116 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- Exemple 3 : IPN 300

- Poutre non fissuré :

- Phase élastique :

$$M_e = 2 \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} = \frac{i}{h}$$

IPN 300 :

$$I = 9800 \text{ cm}^4$$

$$h = 300 \text{ mm}$$

AN :

$$M_e = 75,44 \cdot 10^5 \text{ N m}$$

- Phase Elasto plastique :

$$M_e \leq M_{\max} \leq M_P$$

$$M_e \leq \frac{pl}{8} \leq M_P$$

$$120,70 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 138,80 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- Phase Elastique :

$$0 \leq M_{\max} \leq M_e$$

$$0 \leq P \leq 120,70 \cdot 10^5 \text{ N}$$

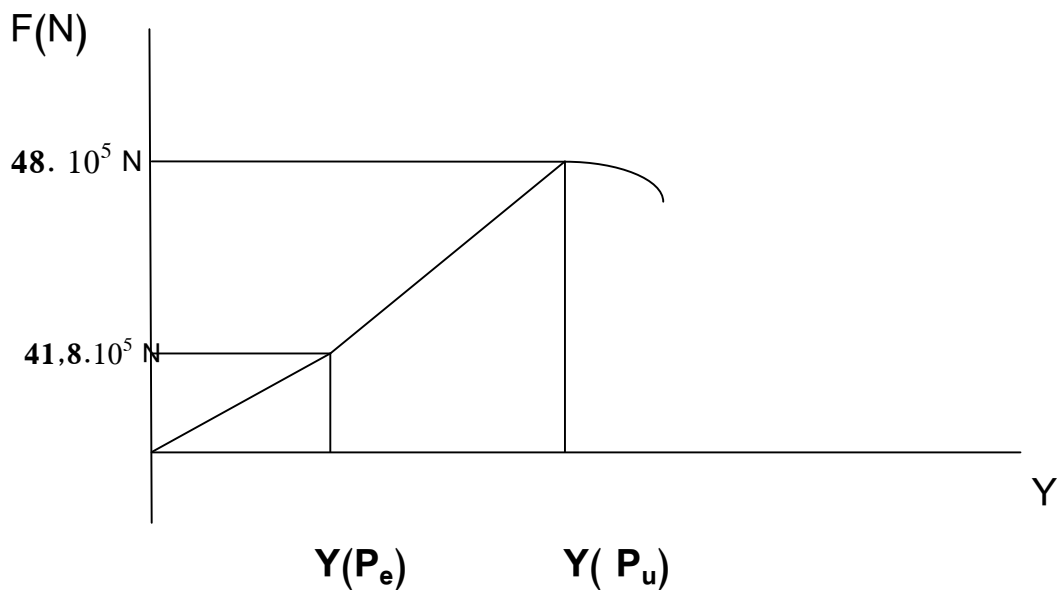
- Phase Elasto plastique :

$$M_e \leq M_{\max} \leq M_P$$

$$P_e \leq P \leq p_p$$

$$120,7 \cdot 10^5 \text{ N} \leq P \leq 138,80 \cdot 10^5 \text{ N}$$

La Rupture pour $P_u = 138,80 \cdot 10^5 \text{ N}$



- La poutre fissure :
- Critère de contrainte :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$\alpha = 1$$

$$\text{EXP : } a = 1 \text{ mm}$$

$$S = 69,1 \text{ cm}$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} = \frac{P}{S} \sqrt{\pi a}$$

AN :

$$60 \cdot 10^6 = P \cdot \frac{\sqrt{3,14 \cdot 10^{-3}}}{69,1 \cdot 10^{-4}}$$

$$P_R = 74 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$P_R = 74 \cdot 10^5 \text{ N} \ll P_e = 120,70 \cdot 10^5 \text{ N et } \ll P_u = 138,80 \cdot 10^5 \text{ N}$$

- La Simulation De La Poutre Avec Fissure En Bas Et En Haut :
 - Cas En bas :

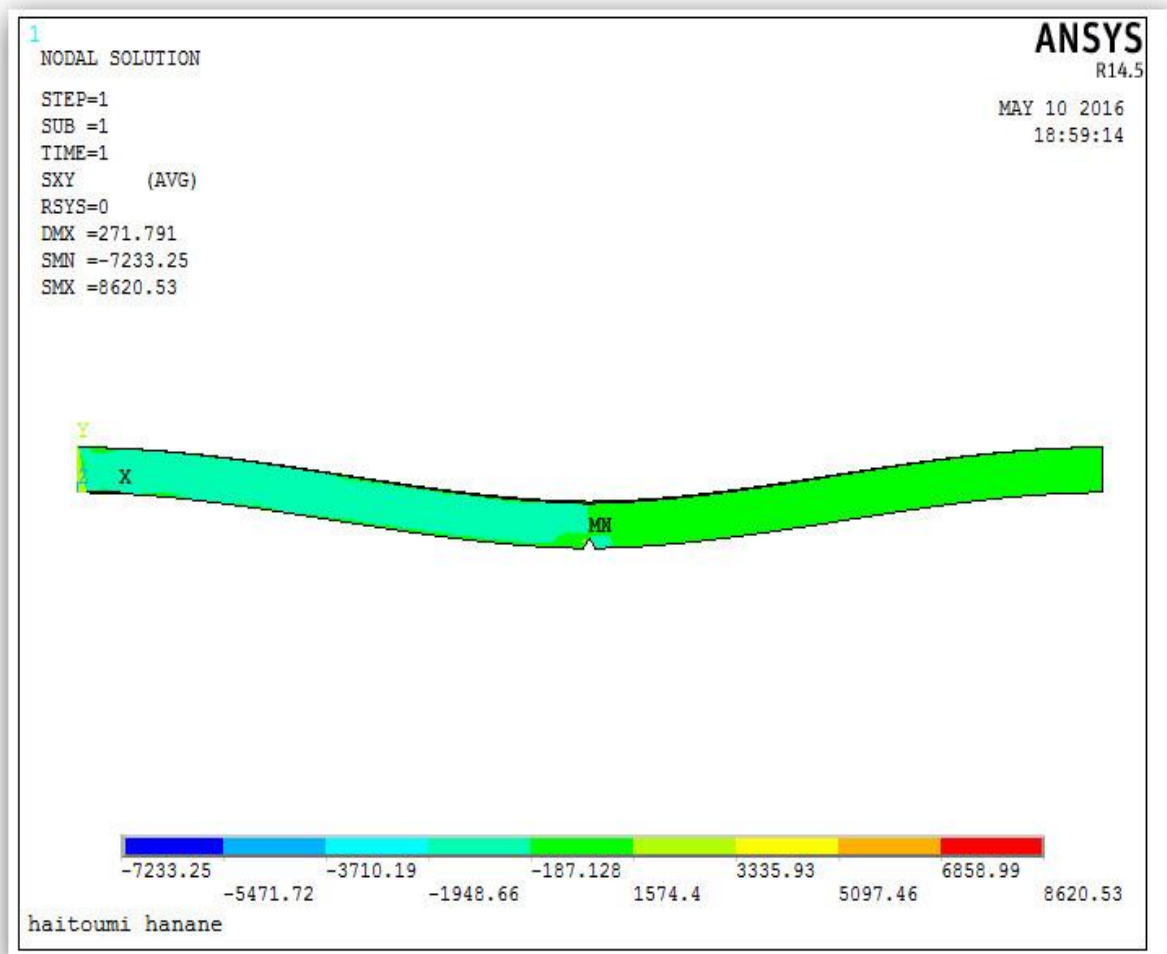


Figure IV . 1 : la contrainte suivante XY

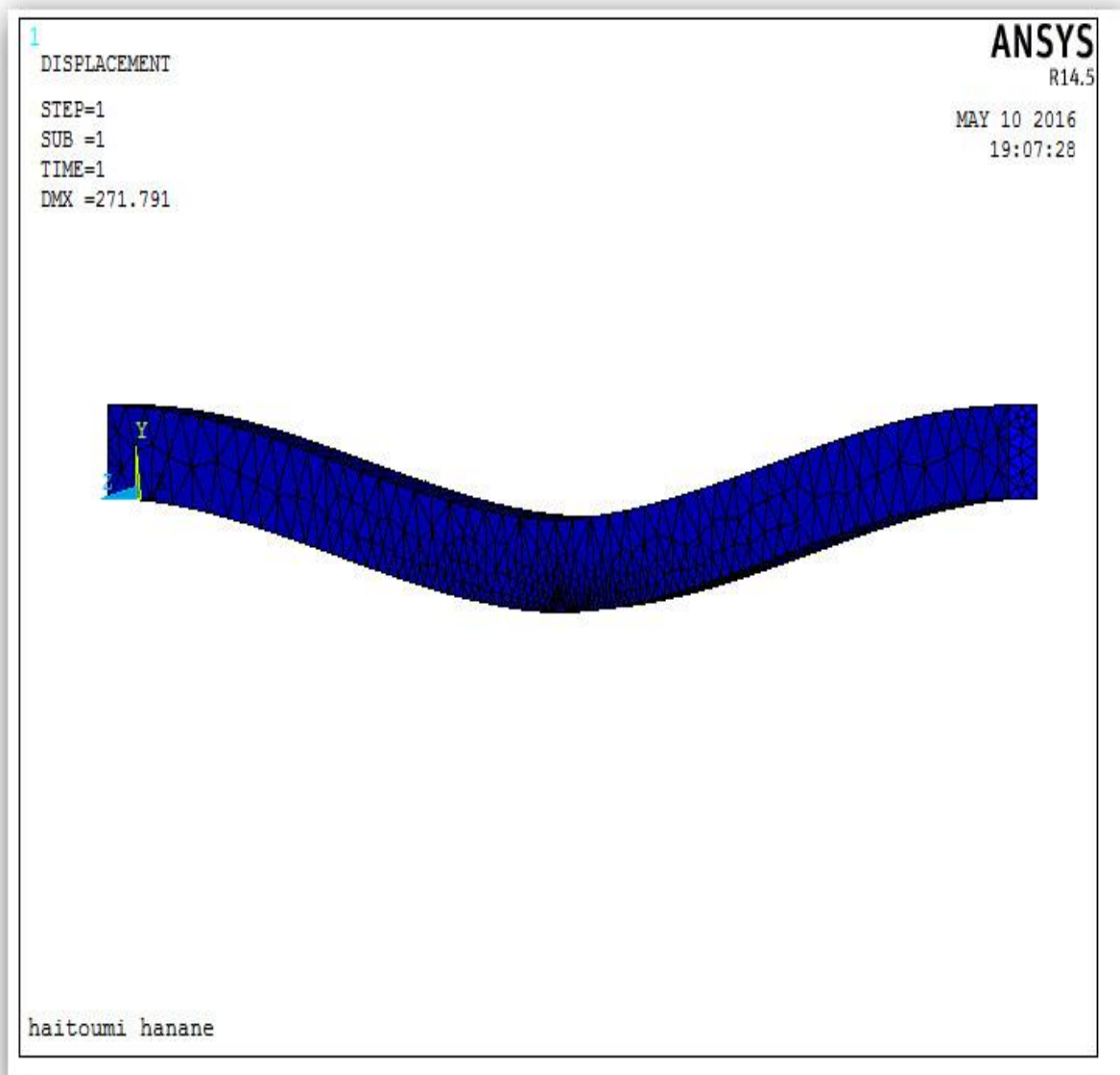


Figure IV. 2 : La Déformation

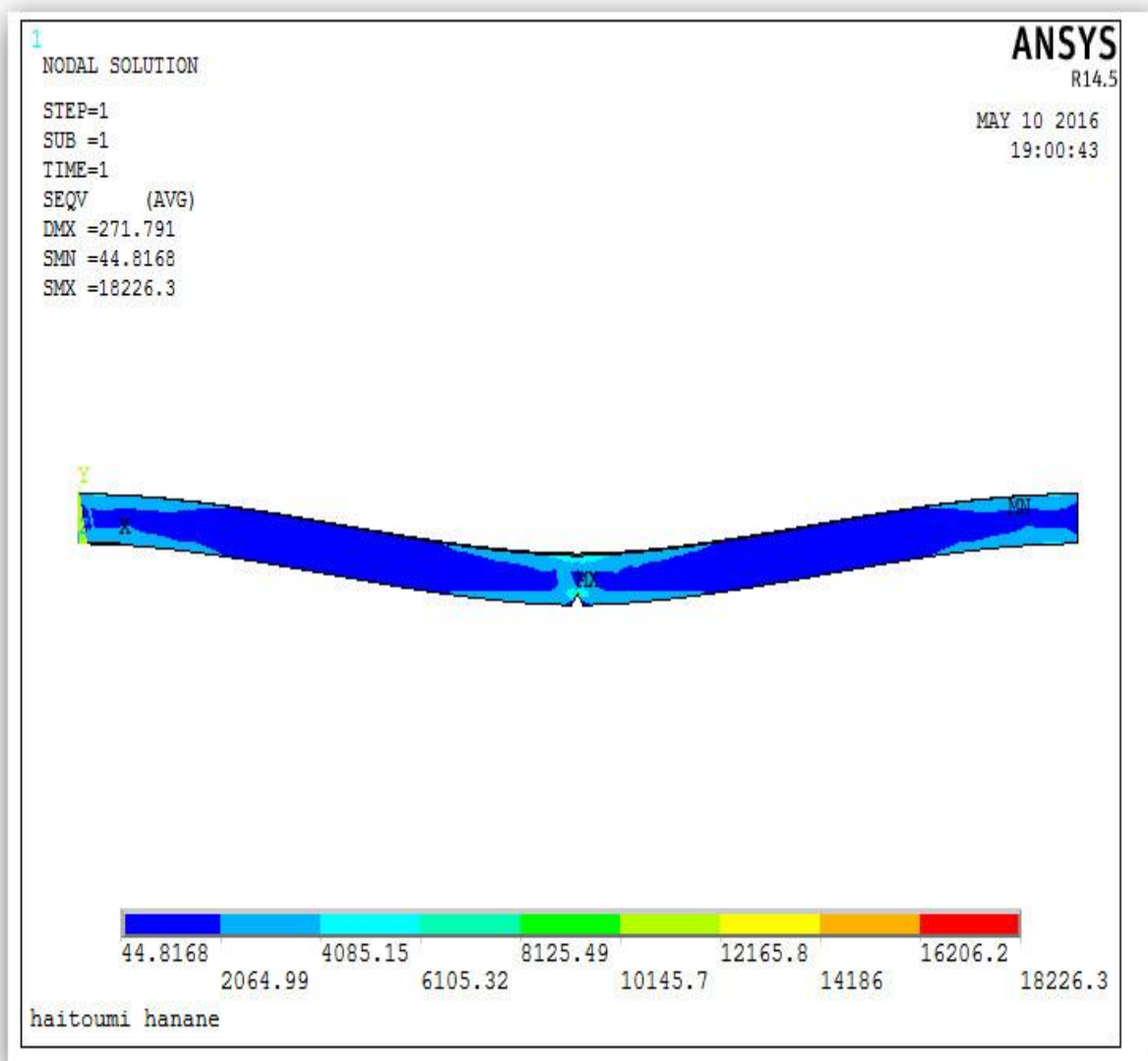


Figure IV. 3 : Vom Mises De Contrainte

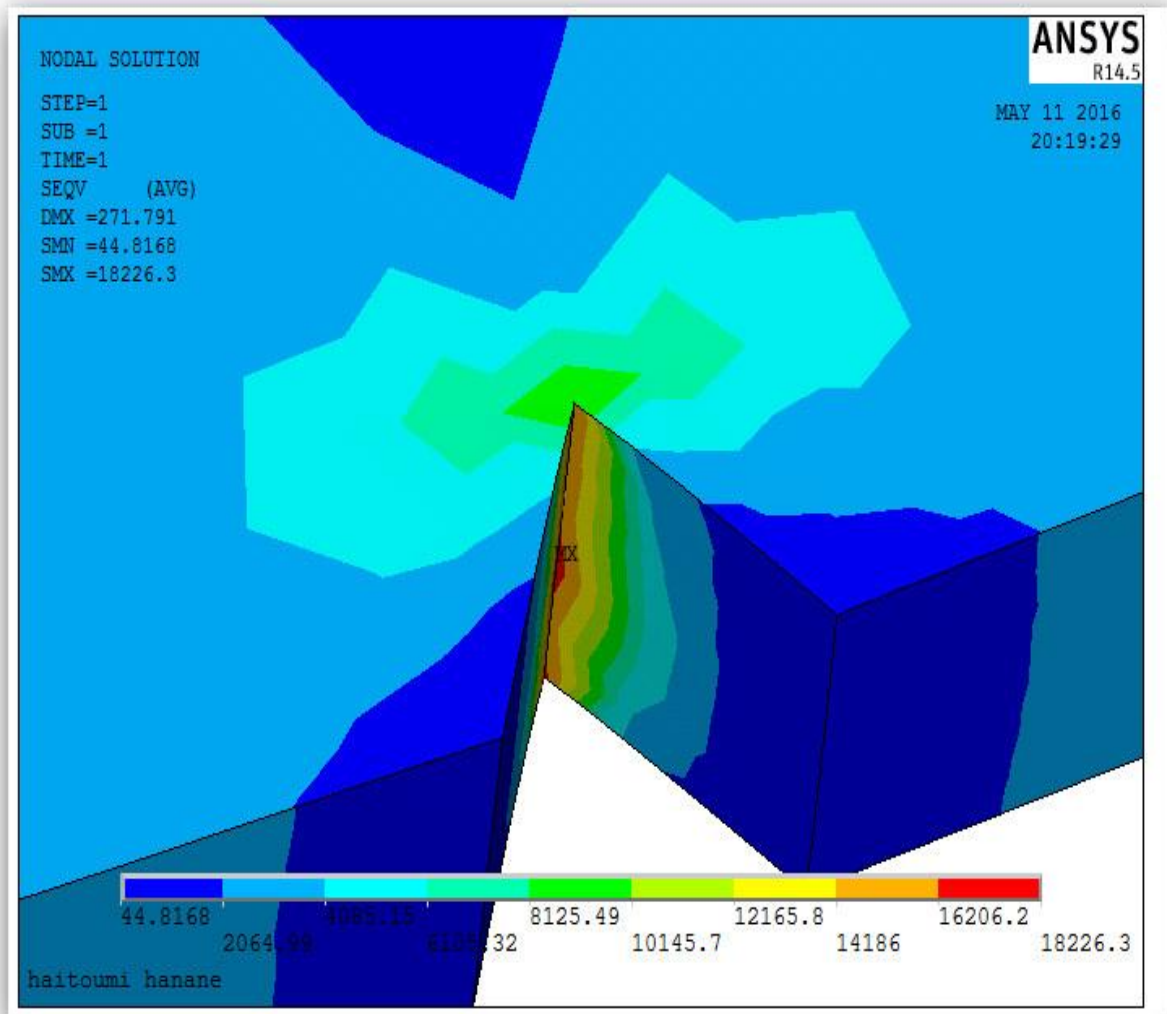
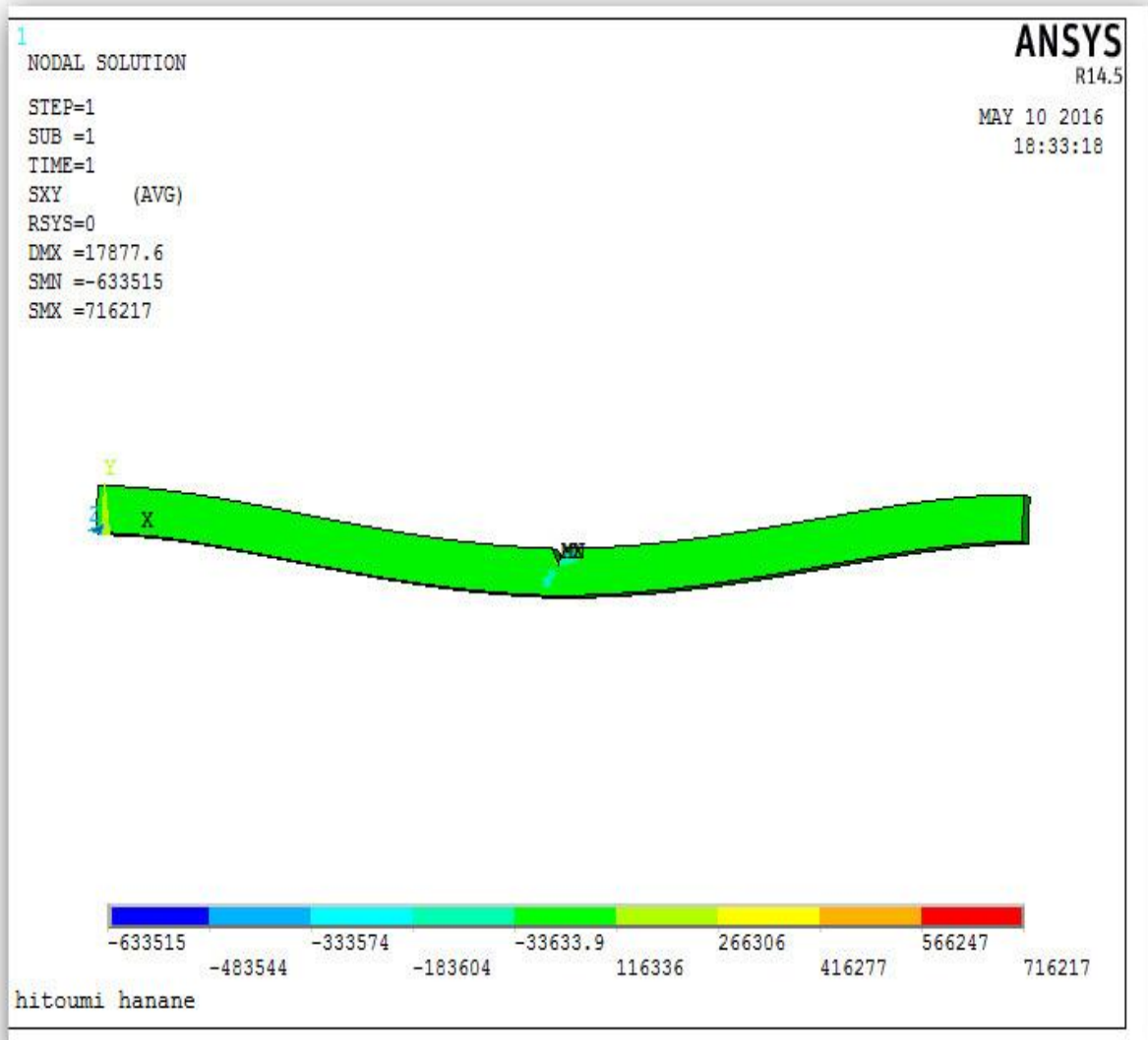


Figure IV. 4 : Vom Mises De Contrainte Zoomé

Cas En haute:**Figure IV. 5 : La Contrainte Suivante XY**

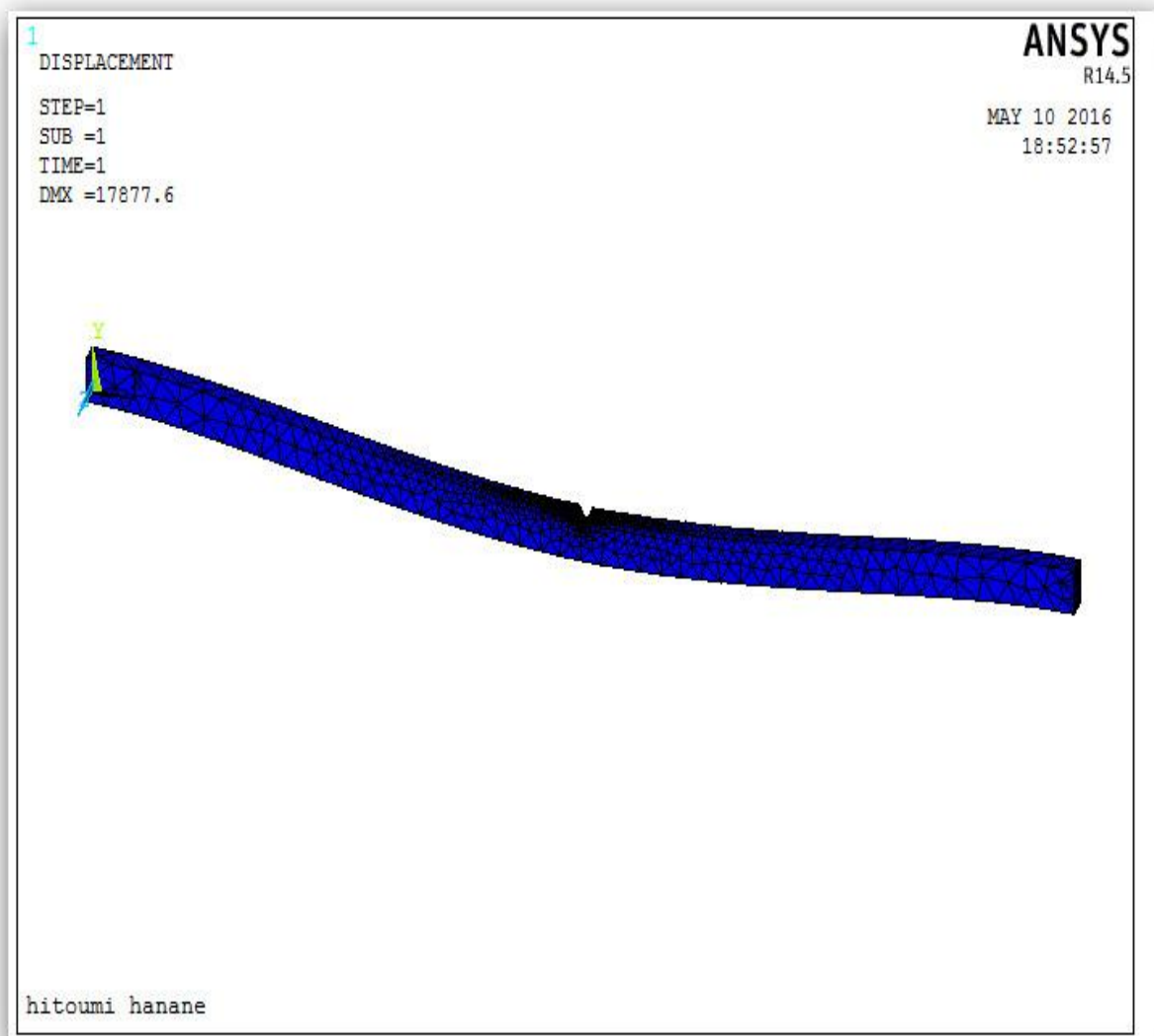


Figure IV. 6 : La Déformation

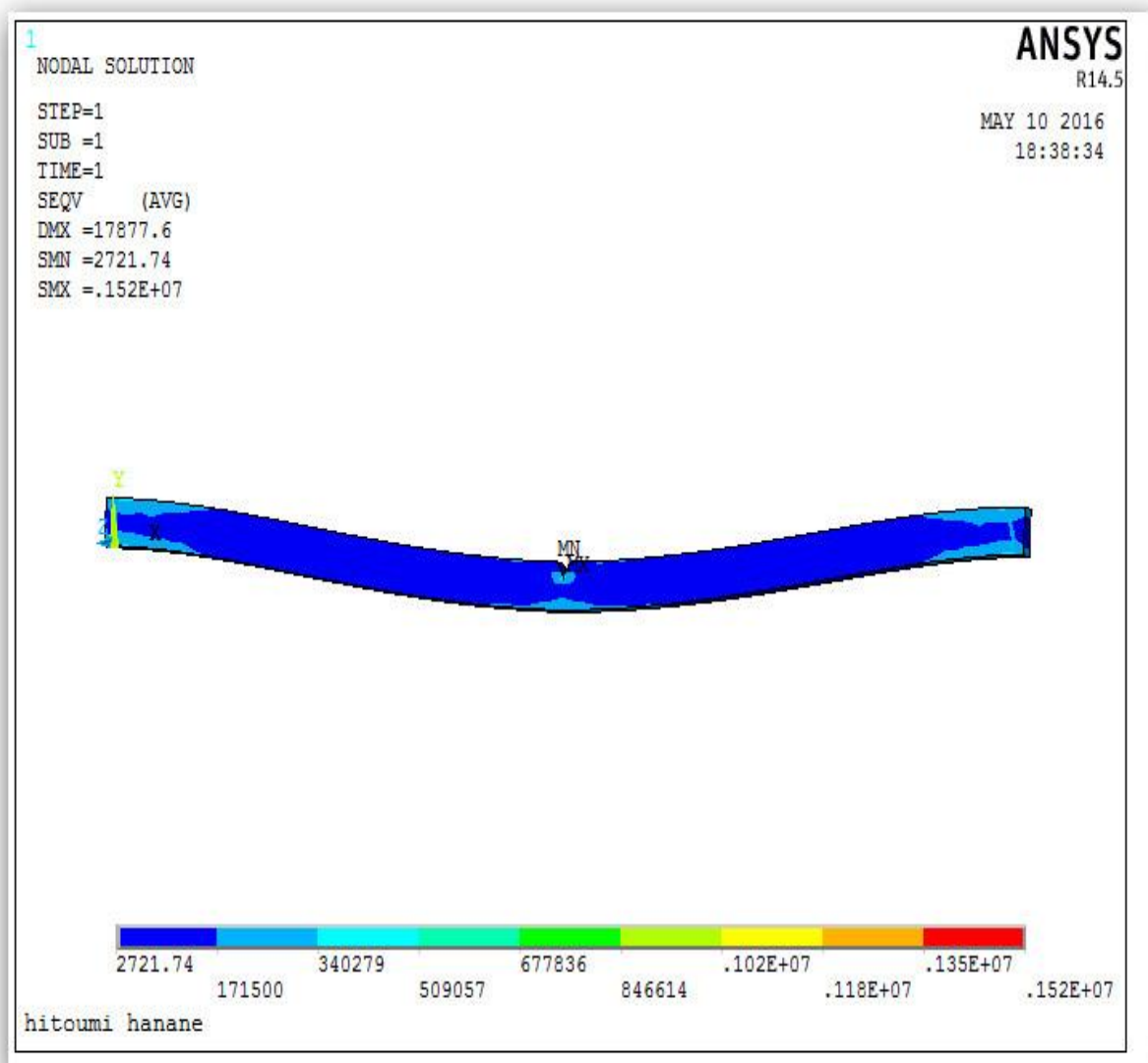


Figure IV. 7 : Vom Mises De Contrainte

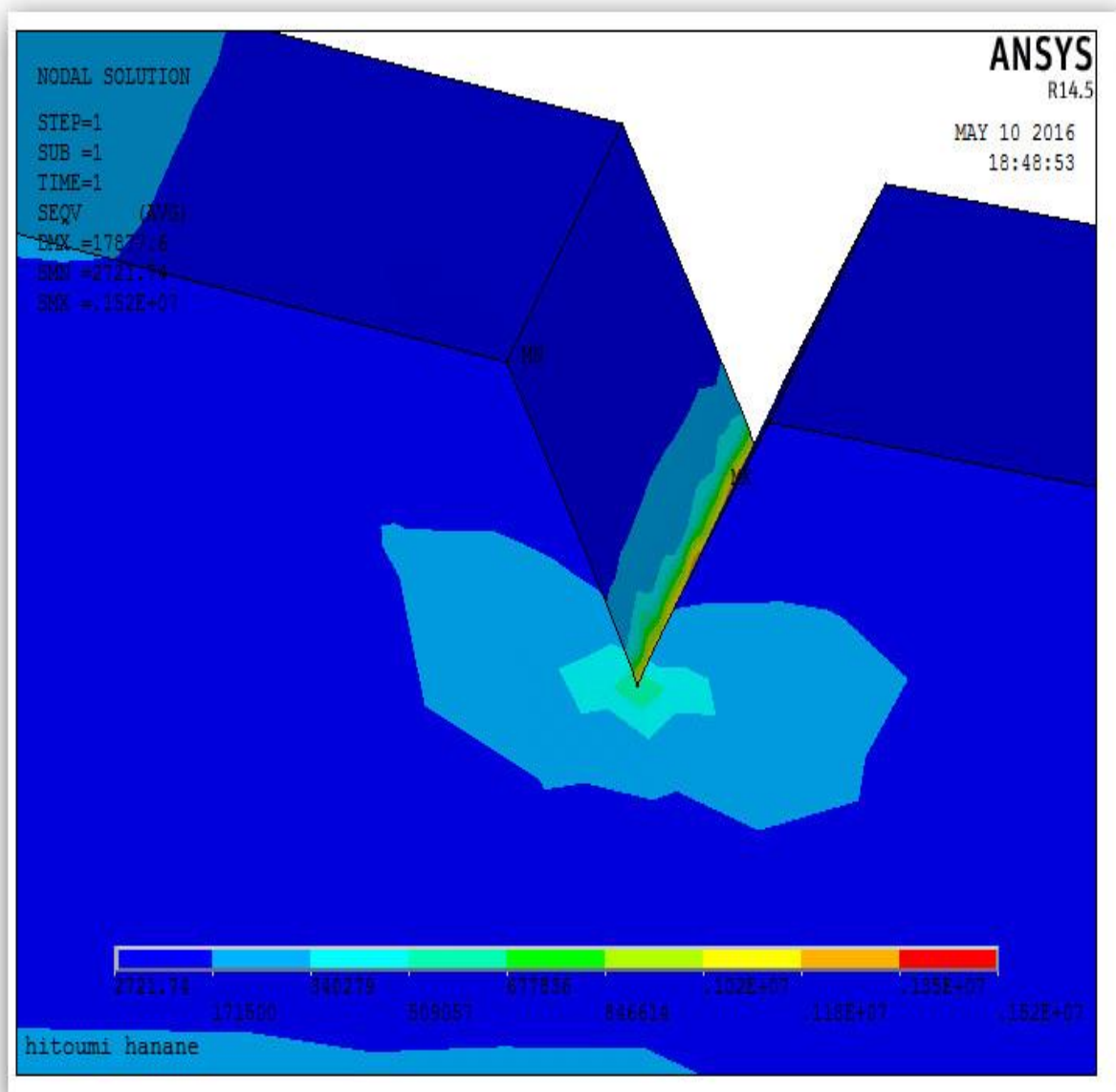


Figure IV. 8 : Vom Mises De Contrainte Zoomé

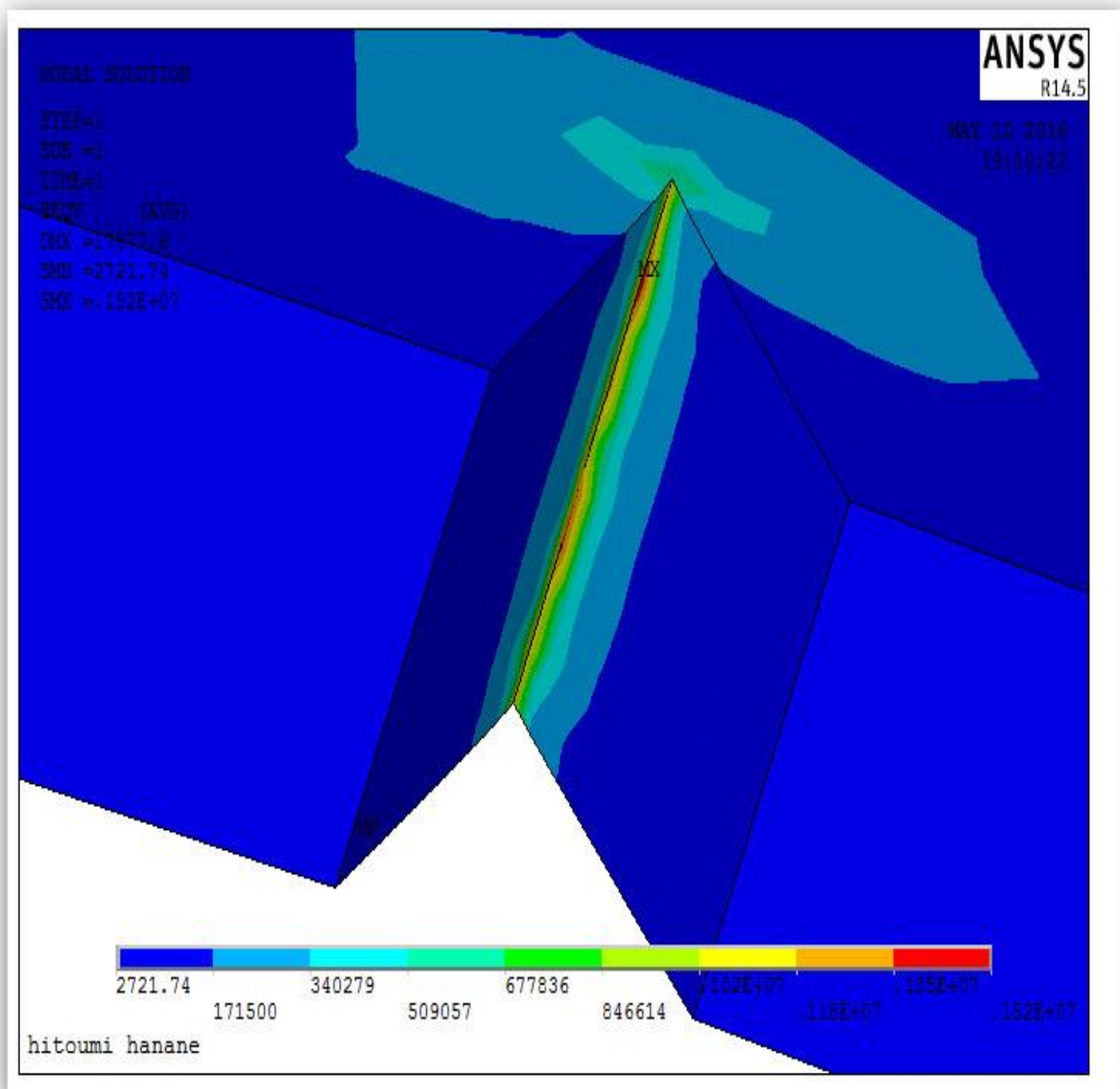


Figure IV. 9 : Vom Mises De Contrainte Zoomé